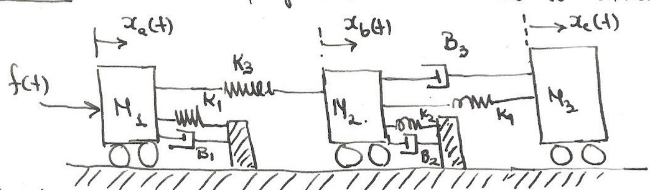
PS2315. "Sistemas".
Dpto. Procesos y Sistemas.
U.S.B.
Prof. José Ferrer.

Fecha de Entrega: Viernes, 21 de Octubre!

Tarea #4.

Problema 1: Considere el siguiente sistema mecánico traslacional



a) Construya la red Electrica análoga del sistema mecánico dado. Identifique claramente las variables latentes en el circuito.

b) Determine las Ecuaciones fundamentales del sistema.

$$Q(\sigma)\,v(t) = R(\sigma)\,f(t)$$

donde $v(t) = [\sigma x_a; \sigma x_b, \sigma x_c]^{tr}(t)$ $\quad tr(\cdot) = $ transpuesta.

y. $Q(\sigma) \in \mathbb{R}^{3\times 3}(\sigma)$ y $R(\sigma) \in \mathbb{R}^{3\times 1}(\sigma)$.

c) Suponga que

$$y(t) = v_c(t)$$
$$u(t) = f(t)$$

Determine la Ecuación E/S del sistema. O sea

$$D(\sigma)\,y(t) = N(\sigma)\,u(t)$$

donde

$$D(\sigma), N(\sigma) \in \mathbb{R}[\sigma] \quad (\text{polinomios reales en } \sigma).$$

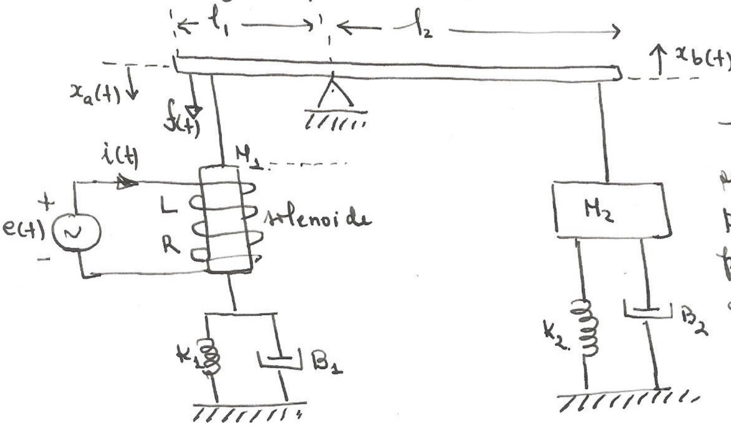
d) En sistemas físicos como el mostrado se toman como variables de estados los voltajes "generalizados" asociados a los "condensadores generalizados" y las corrientes "generalizadas" que fluyen a través de las "inductancias generalizadas". Por lo tanto

$$n = \#\, v.e's \leq N^o \text{ de elementos acumuladores de Energía del Sistema.}$$

Determine un modelo interno $S\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}_x^n$ para el sistema dado. O sea, usando (b) determine

$$\begin{cases} (\sigma x)(t) = A\,x(t) + B\,u(t) \\ y(t) = C\,x(t) + D\,u(t) \end{cases}$$

Problema 2: Considere el sistema S: "Actuador electromagnético" que contiene un solenoide, el cual genera una fuerza magnética proporcional a la corriente que se genera en la bobina, $f(t) = K_I\, i(t)$. La bobina tiene una resistencia y una inductancia R y L respectivamente.



Nota: Todos los desplazamientos se miden con respecto a posiciones de equilibrio, y por lo tanto, no se considera el efecto de la gravedad.

a) Determine las ecuaciones del transformador (traslacional / traslacional) del sistema considerado

b) Determine el circuito análogo del sistema

c) Escriba las Ecuaciones fundamentales del sistema

d) Escriba el modelo de estado del sistema tomando o asignando las variables asociadas a los acumuladores de energía tal como se hizo en prob 1.; si

$$\begin{cases} u(t) = e(t) \\ y(t) = x_b(t) \end{cases}$$

o sea halle

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

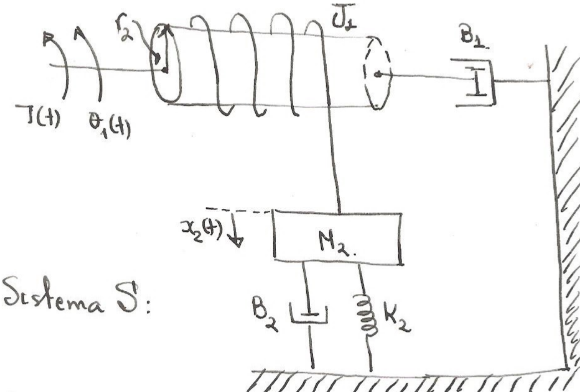
e) Determine la Ecuación E/S del sistema

$$D(\sigma)\, y(t) = N(\sigma)\, u(t)$$

con $D, N \in \mathbb{R}[\sigma]$.

Nota: Si tiene acceso a un procesador simbólico como los de Matlab y/o Scilab, úsenlo.

Problema 3: Considere el siguiente sistema mecánico; donde r_1 es el radio del cilindro que tiene una inercia J.



Sistema S:

a) Determine las ecuaciones del transformador (rotacional/traslacional) del sistema

b) Encuentre el circuito eléctrico análogo al sistema S dado

c) Determine las Ecuaciones fundamentales o desempeño de S;

d) Obtenga la ecuación entrada/salida de

$$u \longrightarrow \boxed{S} \longrightarrow y$$

$$D(\sigma)\, y(t) = N(\sigma)\, u(t) \quad , \sigma = \frac{d}{dt} \quad , \quad D, N \in \mathbb{R}[\sigma].$$

donde $y(t) = x_2(t)$
$u(t) = T(t)$

y el correspondiente operador de impulso $h(\sigma)$ del sistema.

e) Si se asocia al sistema un vector de estados mediante la tecnica de variables físicas asociadas a los elementos acumuladores de energía, escriba las Ecuaciones de estados

$$\frac{dx}{dt} = A\,x(t) + B\,u(t)$$

$$y(t) = C\,x(t) + D\,u(t)$$

Nota: Cuando está presente transformadores en el sistema es posible que:

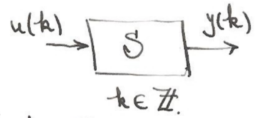
$$n = \#(\text{variables de estados}) < N = \text{nro. de elementos acumuladores de Energía.}$$

En caso contrario;

$$n = N \quad (\text{¡casi siempre!})$$

///

Problema 4: Sea S un sistema lineal e invariante en el tiempo, con eje de tiempo $\mathbb{T} = \mathbb{Z}$.



S es causal

El sistema S está descrito en variables de estados

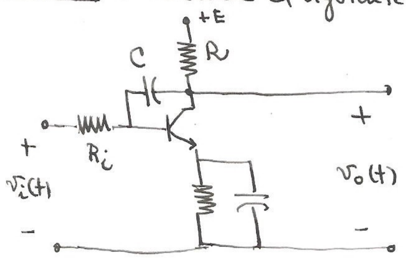
$$\begin{cases} \lambda_1(k+1) = \lambda_1(k) - 2\lambda_2(k) + u(k) \\ \lambda_2(k+1) = a\lambda_1(k) + b\lambda_2(k) \end{cases} \quad , \; a, b \in \mathbb{R}.$$

Se sabe que cuando $u(k) \equiv 0$, entonces $y(k) = 8(-1)^k - 5(-2)^k$; $k \geq 0$

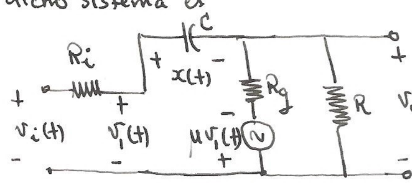
a) Determine las constantes a y b

b) Determine las variables de estados $x_1(k)$, $x_2(k)$, $k \geq 0$ en forma cerrada (fórmula analítica).

Problema 5: Considere el siguiente amplificador



y el circuito eléctrico equivalente de dicho sistema es



donde $\begin{cases} u(t) = v_i(t) \\ y(t) = v_o(t) \end{cases}$ $\quad \begin{cases} R = R_g = 2 \times 10^3 \, \Omega \\ R_i = 10^4 \, \Omega \end{cases}$ $\quad \mu = 2 \times 10^3$, $\; C = 10^{-5} F$.

a) Usando como variable de estado el voltaje en los bornes del condensador, $x(t)$, escriba las Ecuaciones de estado del sistema

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt} x(t) = A x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) + D u(t) \end{cases}$$

b) Si el circuito inicialmente está en reposo ($x(0) = 0$) y $u(t) = \text{esc}(t)$, $t > 0$. determine y grafique el estado $x(t)$ vs t ; y la correspondiente salida $y(t)$ vs t. . . .